1) a) Calcula: $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\ln(1+x)-senx}{x\cdot senx}\right)$ **(1p)**

b) Se sabe que $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{e^x-1}-\frac{a}{2x}\right)$ es finito. Determina el valor de a y calcula el límite. **(1p)**

2) Se sabe que la función f: R → R definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es tal que $f(0) = 4$ y que su gráfica tiene un punto de inflexión en (1, 2). Conociendo además que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal, calcula a, b, c y d. **(1,5p)**

3) Se desea construir una caja de base cuadrada con una capacidad de 80 cm^3 . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 1 € / cm^2 y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo. **(1,5p)**

4) Se quiere construir un depósito en forma de prisma de base cuadrada sin tapadera que tenga una capacidad de 500 m^3. ¿Qué dimensiones ha de tener el depósito para que su superficie sea mínima? **(1,5p)**

5) Se sabe que la función f : (− 1, 1) → R definida por

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-\frac{1}{2}x+c & si \quad -1<x<0, \\ \sqrt{1-x} & si \quad 0\le x<1 \end{cases}$$

es derivable en el intervalo (− 1, 1).

a) Determina el valor de la constante c. **(0,5p)**
b) Calcula la función derivada f ‘. **(0,5p)**
c) Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f que son paralelas a la recta de ecuación y = x. **(0,5p)**

6) Sea f : R → R la función definida por $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$.

a) Halla las asíntotas de la gráfica de f . **(0,5p)**
b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales y los puntos de corte con los ejes. **(1p)**
c) Esboza la gráfica de f . **(0,5p)**

<u>NOTA:</u> Todos los ejercicios han que estar suficientemente razonados.