	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	MATEMÁTICAS II

DOCUMENTO DE ORIENTACIÓN PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO 2008-2009

Preámbulo.

Las Ponencias de materia establecidas en la Resolución de 21 de Febrero de 1996 (B.O.J.A. de 21 de Marzo) tienen a su cargo informar a los centros sobre la estructura y organización de las Pruebas de Acceso a la Universidad.

Las Instrucciones de 26 de Noviembre de 2007, de la **Comisión Coordinadora Interuniversitaria de Andalucía**, en su Anexo II, sobre organización y funcionamiento de las Ponencias de Bachillerato, en desarrollo del artículo 4^o de la Orden de 22 de Diciembre de 1999 (B.O.J.A. número 10 de 27 de Enero de 2000) establecen que cada una de éstas debe elaborar "unas directrices y orientaciones generales de las diferentes asignaturas de Segundo Curso de Bachillerato que, respetando la autonomía pedagógica que reconoce a los Centros la normativa vigente y ajustándose al curriculum establecido en el Decreto 126/1994, de 7 de Junio, por el que se establecen las Enseñanzas correpondientes al Bachillerato en Andalucía, modificado por el Decreto 208/2002 de 23 de Julio, posibilite que todos los alumnos de nuestra Comunidad Autónoma que cursan estas enseñanzas y desean ingresar en la Universidad puedan realizar las Pruebas de Acceso en condiciones de igualdad".

El Anexo III de las citadas Instrucciones, de la **Comisión Coordinadora Interuniversitaria de Andalucía**, sobre las Orientaciones que se deben remitir a los Centros en relación con la Prueba de Acceso a la Universidad del Alumnado procedente del Bachillerato, establece la estructura que debe tener el Documento de Orientación que elaboren las Ponencias y a dicha estructura responden los epígrafes 1 a 6 que se detallan más abajo.

En relación al epígrafe 1, relativo a Comentarios acerca del Programa, establece que "Deben evitarse comentarios acerca de la temporalización y observaciones de tipo metodológico o didáctico, pues éstas son de la exclusiva competencia de los Departamentos didácticos de los Centros. Es importante que las Ponencias comprendan que, por encima del posible deseo de algunos de sus miembros o incluso de algunos profesores de Enseñanza Secundaria, no es competencia de la Ponencia la elaboración de una programación de la asignatura que tiene encomendada a los solos efectos de orientación para la Prueba de Acceso."

En relación al epígrafe 2, relativo a la Estructura de la Prueba, establece que tiene que ajustarse a la normativa vigente y en particular a lo dispuesto en:

- Real Decreto 1640/1999 de 22 de Octubre (B.O.E. de 27 de Octubre de 1999), modificado por el Real Decreto 990/2000 de 2 de Junio (B.O.E. de 3 del Junio de 2000) y por el Real Decreto 1025/2002 de 4 de Octubre (B.O.E. de 22 de Octubre de 2002), por el que se regula la Prueba de Acceso a estudios Universitarios.

- Orden de la Consejería de Educación y Ciencia de 22 de Diciembre de 1999 (B.O.J.A. de 27 de Enero de 2000), sobre la organización de la Prueba de Acceso a la Universidad del alumnado que cursa las enseñanzas de Bachillerato previstas en el Decreto 126/1994 de 7 de Junio (B.O.J.A. de 26 de Julio de 1994) modificado por el Decreto 208/2002 de 23 de Julio (B.O.J.A. de 20 de Agosto de 2002).

En base a toda la normativa vigente, la **Ponencia de Matemáticas II**, reunida en sesión plenaria el 11 de Abril de 2008, propone el siguiente **Documento de Orientación** para el curso **2008-2009**.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	MATEMÁTICAS II
DOCUMENTO DE ORIENTACIÓN PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO 2008-2009		

1. Comentarios acerca del programa del segundo curso del Bachillerato y, en su caso, del primero, en relación con la Prueba de Acceso a la Universidad.

La siguiente relación de objetivos, contenidos y niveles tiene como finalidad el servir de orientación para la elaboración de la Prueba de Acceso a la Universidad de la materia Matemáticas II. Esta relación se adapta al currículum de la asignatura y su objetivo es matizar y especificar con cierto detalle algunos aspectos de los apartados del currículum dedicados al Análisis, al Álgebra Lineal y a la Geometría. Al final de cada uno de los puntos de la relación se indican, entre corchetes, los criterios de evaluación, según el Decreto 208/2002 de 23 de Julio de 2002 (B.O.J.A. de 20 de Agosto de 2002).

ANÁLISIS

- Saber aplicar los conceptos de límite de una función en un punto (tanto finito como infinito) y de límites laterales para estudiar la continuidad de una función y la existencia de asíntotas verticales. [1,2].
- Saber aplicar el concepto de límite de una función en $\pm\infty$ para estudiar la existencia de asíntotas horizontales y oblicuas. [1,2,7].
- Conocer las propiedades algebraicas del cálculo de límites, los tipos de indeterminación siguientes: ∞/∞, $0/0$, $0\cdot\infty$ e $\infty-\infty$ (se excluyen los de la forma 1^∞, ∞^0 y 0^0) y técnicas para resolverlas. [1,2].
- Saber determinar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de una función en un punto. [1,2,7].
- Saber distinguir entre función derivada y derivada de una función en un punto. Saber hallar el dominio de derivabilidad de una función. [1,2].
- Conocer la relación que existe entre la continuidad y la derivabilidad de una función en un punto [1,2].
- Saber determinar las propiedades locales de crecimiento o de decrecimiento de una función derivable en un punto y los intervalos de monotonía de una función derivable. [1,2,7].
- Saber determinar la derivabilidad de funciones definidas a trozos. [1,2,7].
- Conocer y saber aplicar el teorema de derivación para funciones compuestas (la regla de la cadena) y su aplicación al cálculo de las derivadas de funciones con no más de dos composiciones y de las derivadas de las funciones trigonométricas inversas. [1,2].
- Conocer la regla de L'Hôpital y saber aplicarla al cálculo de límites para resolver indeterminaciones. [1,2].
- Saber reconocer si los puntos críticos de una función (puntos con derivada nula) son extremos locales o puntos de inflexión. [1,2,7].
- Saber aplicar la teoría de funciones continuas y de funciones derivables para resolver problemas de extremos. [2,7].

- Saber representar de forma aproximada la gráfica de una función de la forma $y = f(x)$ indicando: dominio, simetrías, periodicidad, cortes con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos locales, intervalos de concavidad ($f''(x) < 0$) y de convexidad ($f''(x) > 0$) y puntos de inflexión. [1,2,7].
- Partiendo de la representación gráfica de una función o de su derivada, ser capaz de obtener información de la propia función (límites, límites laterales, continuidad, asíntotas, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento, etc.) [1,2,7].
- Dadas dos funciones, mediante sus expresiones analíticas o mediante sus representaciones gráficas, saber reconocer si una es primitiva de la otra. [1,2].
- Saber la relación que existe entre dos primitivas de una misma función. [2].
- Dada una familia de primitivas, saber determinar una que pase por un punto dado. [2].
- Saber calcular integrales indefinidas de funciones racionales en las que las raíces del denominador son reales. [2].
- Conocer el método de integración por partes y saber aplicarlo reiteradamente. [2].
- Conocer la técnica de integración por cambio de variable, tanto en el cálculo de primitivas como en el cálculo de integrales definidas. [2].
- Conocer la propiedad de linealidad de la integral definida con respecto al integrando y conocer la propiedad de aditividad con respecto al intervalo de integración. [2].
- Conocer las propiedades de monotonía de la integral definida con respecto al integrando. [2].
- Conocer la interpretación geométrica de la integral definida de una función (el área como límite de sumas superiores e inferiores). [2,7].
- Conocer la noción de función integral (o función área) y saber el teorema fundamental del cálculo y la regla de Barrow. [2,7].
- Saber calcular el área de recintos planos limitados por curvas. [2,7].

ÁLGEBRA LINEAL

- Conocer y adquirir destreza en las operaciones con matrices: suma, producto por un escalar, transposición, producto de matrices, y saber cuándo pueden realizarse y cuándo no. Conocer la no conmutatividad del producto. [4].
- Conocer la matriz identidad I y la definición de matriz inversa. Saber cuándo una matriz tiene inversa y, en su caso, calcularla (hasta matrices de orden 3×3) [4,5].
- Saber calcular los determinantes de orden 2 y de orden 3. [4].
- Conocer las propiedades de los determinantes y saber aplicarlas al cálculo de éstos. [4].
- Conocer que tres vectores de $\mathbb{R}^3$ son linealmente dependientes si y sólo si el determinante es cero. [3,4]
- Saber calcular el rango de una matriz. [4].
- Saber expresar un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial y conocer el concepto de matriz ampliada del mismo. [4,5].

- Conocer lo que son sistemas compatibles (determinados e indeterminados) e incompatibles. [4,5,7].
- Saber clasificar (como compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible) un sistema de ecuaciones lineales con no más de tres incógnitas y que dependa, como mucho, de un parámetro y, en su caso, resolverlo. [4,5,7].

GEOMETRÍA

- Conocer y adquirir destreza en las operaciones con vectores en $\mathbb{R}^2$ y en $\mathbb{R}^3$. [3,7].
- Dado un conjunto de vectores, saber determinar si son linealmente independientes o linealmente dependientes. [3,4].
- Saber calcular e identificar las expresiones de una recta o de un plano mediante ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas y pasar de una expresión a otra. [6,7].
- Saber determinar un punto, una recta o un plano a partir de propiedades que los definan (por ejemplo: el punto simétrico de otro con respecto a un tercero, la recta que pasa por dos puntos o el plano que contiene a tres puntos o a un punto y una recta, etc.) [3,6,7].
- Saber plantear, interpretar y resolver los problemas de incidencia y paralelismo entre rectas y planos como sistemas de ecuaciones lineales. [3,5,6,7].
- Conocer y saber aplicar la noción de haz de planos que contienen a una recta. [3,5,6].
- Conocer las propiedades del producto escalar, su interpretación geométrica y la desigualdad de Cauchy-Schwarz. [3,5].
- Saber plantear y resolver razonadamente problemas métricos, angulares y de perpendicularidad (por ejemplo: distancias entre puntos, rectas y planos, simetrías axiales, ángulos entre rectas y planos, vectores normales a un plano, perpendicular común a dos rectas, etc.) [3,5,6,7].
- Conocer el producto vectorial de dos vectores y saber aplicarlo para determinar un vector perpendicular a otros dos, y para calcular áreas de triángulos y paralelogramos. [3,5,7].
- Conocer el producto mixto de tres vectores y saber aplicarlo para calcular el volumen de un tetraedro y de un paralelepípedo. [3,5,7].

2. Estructura de la prueba de "Matemáticas II".

Cada estudiante recibirá dos exámenes –etiquetados Opción A y Opción B– y tendrá que elegir uno de ellos sin que pueda mezclar ejercicios de una opción con ejercicios de la otra opción. Cada examen constará de cuatro ejercicios: dos de ellos de Análisis y dos de Álgebra Lineal y Geometría. Estos cuatro ejercicios se valorarán por igual.

3. Instrucciones pertinentes al desarrollo de la prueba.

- Para la resolución de los ejercicios no será necesario utilizar calculadoras. No obstante, no se prohibirá su uso y podrán utilizarse calculadoras científicas (no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos). En cualquier caso, se advierte que durante el examen no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.
- En los ejercicios de la prueba no se pedirán las demostraciones de los teoremas.
- Ningún ejercicio del examen tendrá carácter exclusivamente teórico.

4. Criterios generales de corrección.

Los **criterios esenciales** de valoración de un ejercicio serán el **planteamiento razonado** y la **ejecución técnica** del mismo. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo de manera efectiva la resolución, no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadora científica (no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos). No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados indicando los pasos más relevantes del procedimiento utilizado.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo del 10 % de la nota total del ejercicio; de igual manera se penalizará la redacción incorrecta y el uso incorrecto de símbolos.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

5. Modelos de pruebas, con sus modelos específicos de corrección.

Se adjunta un modelo de examen. Además de éste, pueden tomarse en consideración los modelos de exámenes correspondientes a convocatorias de cursos anteriores. Algunos de estos modelos aparecen recogidos en su integridad (prueba y criterios de corrección) en los textos:

- Pruebas de Acceso a la Universidad. Propuestas de Exámenes 97-98. Universidades Andaluzas.
- Pruebas de Acceso a la Universidad. Propuestas de Exámenes 98-99. Universidades Andaluzas. I.S.B.N.: 84-8439-004-7.
- Pruebas de Acceso a la Universidad. Propuesta de Exámenes 1999-2000. Universidades Andaluzas. I.S.B.N.: 84-8240-391-5.

Además, en las páginas WEB

`http://distritounicoandaluz.cica.es`

`http://www.ujaen.es/serv/acceso/selectividad/orientaciones.htm`

se pueden obtener algunos modelos de exámenes así como enlaces de interés.

6. Información adicional.

En las páginas WEB

`http://ucua.ujaen.es/jnavas/web_ponencia/index.html`

`http://www.personal.us.es/mayoral`

pueden encontrarse, entre otra información, enlaces a otras páginas de profesores y centros de Enseñanza Secundaria que tienen colecciones de ejercicios y exámenes resueltos.

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada indicando los pasos más relevantes del procedimiento utilizado. Escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora científica **(no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos)**. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [**2'5 puntos**] Determina un punto de la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x\,e^{-x^2}$, en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

Ejercicio 2. Sea $I = \displaystyle\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$.

(a) [**1'25 puntos**] Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 1 + x^2$.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula el valor de I.

Ejercicio 3. Considera $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$, siendo a un número real.

(a) [**1 punto**] Calcula el valor de a para que $A^2 - A = \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 0 & 20 \end{pmatrix}$.

(b) [**1 punto**] Calcula, en función de a, los determinantes de $2A$ y A^t, siendo A^t la traspuesta de A.

(c) [**0'5 puntos**] ¿Existe algún valor de a para el que la matriz A sea simétrica? Razona la respuesta.

Ejercicio 4.

Considera el plano π de ecuación $2x + y - z + 2 = 0$ y la recta r de ecuación $\dfrac{x-5}{-2} = y = \dfrac{z-6}{m}$

(a) [**1 punto**] Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m.

(b) [**0'75 puntos**] Para $m = -3$, halla el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π.

(c) [**0'75 puntos**] Para $m = -3$, halla el plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π.

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada indicando los pasos más relevantes del procedimiento utilizado. Escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora científica **(no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos)**. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x^4+3}{x}$, para $x \neq 0$.

(a) [**0'75 puntos**] Halla, si existen, los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**1 punto**] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f.

(c) [**0'75 puntos**] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] El área del recinto limitado por las gráficas de las funciones f y g, dadas por $f(x) = \dfrac{x^2}{a}$ y $g(x) = \sqrt{ax}$, con $a > 0$, vale 3. Calcula el valor de a.

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] Resuelve

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4. Considera el punto $P(3,2,0)$ y la recta r de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{lcl} x+y-z-3 & = & 0 \\ x+2z+1 & = & 0 \end{array} \right.$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r.

(b) [**1'5 puntos**] Determina las coordenadas del punto Q simétrico de P respecto de la recta r.

Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**MATEMÁTICAS II**

DOCUMENTO DE ORIENTACIÓN PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO 2008-2009

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

CRITERIOS GENERALES. Los **criterios esenciales** de valoración de un ejercicio serán el **planteamiento razonado** y la **ejecución técnica** del mismo. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo de manera efectiva la resolución, no será suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadora científica (no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos). No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados indicando los pasos más relevantes del procedimiento utilizado.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo del 10 % de la nota total del ejercicio; de igual manera se penalizará la redacción incorrecta y el uso incorrecto de símbolos.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO. La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: **"x puntos por A"**, hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

Opción A

Ejercicio 1. **[2'5 puntos]** Hasta 1'25 puntos por el planteamiento y hasta 0'5 puntos por la justificación.

Ejercicio 2. **[2'5 puntos]** **(a)** 0'5 puntos por calcular los nuevos límites de integración y 0'75 puntos por aplicar el cambio de variable al integrando. **(b)** 1 punto por calcular una primitiva y 0'25 puntos por aplicar la regla de Barrow.

Ejercicio 3. **[2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

Opción B

Ejercicio 1. **[2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 2. **[2'5 puntos]** 0'75 puntos por expresar el área como una integral definida, 1 punto por calcular una primitiva, 0'25 puntos por aplicar la regla de Barrow y 0'5 puntos por el cálculo de a.

Ejercicio 3. **[2'5 puntos]** Lo indicado en el enunciado.

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** **(b)** Hasta 0'75 puntos por el planteamiento, 0'75 puntos por la resolución efectiva.