

Curso

2009/2010

Asignatura

MATEMÁTICAS II

**1º Comentarios acerca del programa del segundo curso del Bachillerato, en relación con la Prueba de Acceso a la Universidad**

La siguiente relación de objetivos, contenidos y niveles tiene como finalidad el servir de orientación para la elaboración de la Prueba de Acceso a la Universidad de la materia Matemáticas II. Esta relación se adapta al currículo de la asignatura y su objetivo es matizar y especificar con cierto detalle algunos aspectos de los apartados del currículo dedicados al Análisis, al Álgebra Lineal y a la Geometría.

**ANÁLISIS:**

- Saber aplicar los conceptos de límite de una función en un punto (tanto finito como infinito) y de límites laterales para estudiar la continuidad de una función y la existencia de asíntotas verticales.
- Saber aplicar el concepto de límite de una función en el infinito para estudiar la existencia de asíntotas horizontales y oblicuas.
- Conocer las propiedades algebraicas del cálculo de límites, los tipos de indeterminación siguientes: infinito dividido por infinito, cero dividido por cero, cero por infinito, infinito menos infinito (se excluyen los de la forma uno elevado a infinito, infinito elevado a cero, cero elevado a cero) y técnicas para resolverlas.
- Saber determinar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de una función en un punto.
- Saber distinguir entre función derivada y derivada de una función en un punto. Saber hallar el dominio de derivabilidad de una función.
- Conocer la relación que existe entre la continuidad y la derivabilidad de una función en un punto.
- Saber determinar las propiedades locales de crecimiento o de decrecimiento de una función derivable en un punto y los intervalos de monotonía de una función derivable.
- Saber determinar la derivabilidad de funciones definidas a trozos.
- Conocer y saber aplicar el teorema de derivación para funciones compuestas (la regla de la cadena) y su aplicación al cálculo de las derivadas de funciones con no más de dos composiciones y de las derivadas de las funciones trigonométricas inversas.
- Conocer la regla de L'Hôpital y saber aplicarla al cálculo de límites para resolver indeterminaciones.
- Saber reconocer si los puntos críticos de una función (puntos con derivada nula) son extremos locales o puntos de inflexión.
- Saber aplicar la teoría de funciones continuas y de funciones derivables para resolver problemas de extremos.
- Saber representar de forma aproximada la gráfica de una función de la forma  $y=f(x)$  indicando: dominio, simetrías, periodicidad, cortes con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos locales, intervalos de concavidad ( $f''(x)<0$ ) y de convexidad ( $f''(x)>0$ ) y puntos de inflexión.
- Partiendo de la representación gráfica de una función o de su derivada, ser capaz de obtener información de la propia función (límites, límites laterales, continuidad, asíntotas, derivabilidad, crecimiento y decrecimiento, etc.).
- Dadas dos funciones, mediante sus expresiones analíticas o mediante sus representaciones gráficas, saber reconocer si una es primitiva de la otra.
- Saber la relación que existe entre dos primitivas de una misma función.
- Dada una familia de primitivas, saber determinar una que pase por un punto dado.
- Saber calcular integrales indefinidas de funciones racionales en las que las raíces del denominador son reales.
- Conocer el método de integración por partes y saber aplicarlo reiteradamente.
- Conocer la técnica de integración por cambio de variable, tanto en el cálculo de primitivas como en el cálculo de integrales definidas.
- Conocer la propiedad de linealidad de la integral definida con respecto al integrando y conocer la propiedad de aditividad con respecto al intervalo de integración.
- Conocer las propiedades de monotonía de la integral definida con respecto al integrando.
- Conocer la interpretación geométrica de la integral definida de una función (el área como límite de sumas superiores e inferiores).
- Conocer la noción de función integral (o función área) y saber el teorema fundamental del cálculo y la regla de Barrow.
- Saber calcular el área de recintos planos limitados por curvas.

**ÁLGEBRA LINEAL:**

- Conocer y adquirir destreza en las operaciones con matrices: suma, producto por un escalar, transposición, producto de matrices, y saber cuándo pueden realizarse y cuándo no. Conocer la no conmutatividad del producto.
- Conocer la matriz identidad I y la definición de matriz inversa. Saber cuándo una matriz tiene inversa y, en su caso, calcularla (hasta matrices de orden  $3 \times 3$ ).
- Saber calcular los determinantes de orden 2 y de orden 3.
- Conocer las propiedades de los determinantes y saber aplicarlas al cálculo de éstos.
- Conocer que tres vectores en un espacio de dimensión tres son linealmente dependientes si y sólo si el determinante es cero.
- Saber calcular el rango de una matriz.
- Resolver problemas que pueden plantearse mediante un sistema de ecuaciones.
- Saber expresar un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial y conocer el concepto de matriz ampliada del mismo.
- Conocer lo que son sistemas compatibles (determinados e indeterminados) e incompatibles.
- Saber clasificar (como compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible) un sistema de ecuaciones lineales con no más de tres incógnitas y que dependa, como mucho, de un parámetro y, en su caso, resolverlo.

**GEOMETRÍA:**

- Conocer y adquirir destreza en las operaciones con vectores en el plano y en el espacio.
- Dado un conjunto de vectores, saber determinar si son linealmente independientes o linealmente dependientes.
- Saber calcular e identificar las expresiones de una recta o de un plano mediante ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas y pasar de una expresión a otra.

## DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

- Saber determinar un punto, una recta o un plano a partir de propiedades que los definan (por ejemplo: el punto simétrico de otro con respecto a un tercero, la recta que pasa por dos puntos o el plano que contiene a tres puntos o a un punto y una recta, etc.).
- Saber plantear, interpretar y resolver los problemas de incidencia y paralelismo entre rectas y planos como sistemas de ecuaciones lineales.
- Conocer y saber aplicar la noción de haz de planos que contienen a una recta.
- Conocer las propiedades del producto escalar, su interpretación geométrica y la desigualdad de Cauchy-Schwarz.
- Saber plantear y resolver razonadamente problemas métricos, angulares y de perpendicularidad (por ejemplo: distancias entre puntos, rectas y planos, simetrías axiales, ángulos entre rectas y planos, vectores normales a un plano, perpendicular común a dos rectas, etc.).
- Conocer el producto vectorial de dos vectores y saber aplicarlo para determinar un vector perpendicular a otros dos, y para calcular áreas de triángulos y paralelogramos.
- Conocer el producto mixto de tres vectores y saber aplicarlo para calcular el volumen de un tetraedro y de un paralelepípedo.

### **2º Estructura de la prueba que se planteará para la asignatura.**

Fase general: Cada estudiante recibirá dos exámenes -etiquetados Opción A y Opción B- y tendrá que elegir uno de ellos sin que pueda mezclar ejercicios de una opción con ejercicios de la otra opción. Cada examen constará de cuatro ejercicios: dos de ellos de Análisis y dos de Álgebra Lineal y Geometría. Estos cuatro ejercicios se valorarán por igual.

Fase específica: Cada estudiante recibirá un único examen, sin opciones. El examen constará de cuatro ejercicios: dos de ellos de Análisis y dos de Álgebra Lineal y Geometría. Estos cuatro ejercicios se valorarán por igual.

### **3º Instrucciones sobre el desarrollo de la prueba.**

#### **3.1 De carácter general.**

- En los ejercicios de la prueba no se pedirán las demostraciones de los teoremas.
- Ningún ejercicio del examen tendrá carácter exclusivamente teórico.

#### **3.2 Materiales permitidos en la prueba.**

Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Durante el examen no se permitirá el préstamo de calculadoras entre estudiantes.

### **4º Criterios generales de corrección** *(es imprescindible concretar las valoraciones que se harán en cada apartado y/o aspectos a tener en cuenta):*

Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo de manera efectiva la resolución, no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadora que no sea programable, gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados indicando los pasos más relevantes del procedimiento utilizado.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten de una complejidad equivalente.
- Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio; de igual manera se penalizará la redacción incorrecta y el uso incorrecto de símbolos.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

### **5º Información adicional** *(aquella que por su naturaleza no está contenida en los apartados anteriores):*

En las páginas WEB

[http://ucua.ujaen.es/jnavas/web\\_ponencia/index.html](http://ucua.ujaen.es/jnavas/web_ponencia/index.html)

<http://www.personal.us.es/mayoral>

pueden encontrarse, entre otra información, enlaces a otras páginas de profesores y centros de Enseñanza Secundaria que tienen colecciones de ejercicios y exámenes resueltos.

### **6º Modelo de prueba:**

Se Adjunta al final de este documento.

**7º Criterios específicos del modelo de prueba:**

Se Adjunta al final de este documento.

**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Dada la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$ , determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en su punto de inflexión.

**Ejercicio 2.-** Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas mediante

$$f(x) = x^3 - 4x \quad \text{y} \quad g(x) = 3x - 6$$

- [0'75 puntos]** Determina los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ .
- [1'75 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas.

**Ejercicio 3.-** Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ ky + z = 0 \\ x + (k+1)y + kz = k+1 \end{array} \right\}$$

- [1'25 puntos]** Determina el valor del parámetro  $k$  para que sea incompatible.
- [1'25 puntos]** Halla el valor del parámetro  $k$  para que la solución del sistema tenga  $z = 2$ .

**Ejercicio 4.-** Considera la recta  $r$  definida por  $\begin{cases} x = 0 \\ 3y + z = 3 \end{cases}$

y la recta  $s$  definida por  $\begin{cases} 2x - z = 3 \\ y = 0 \end{cases}$

- [1 punto]** Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- [1'5 puntos]** Halla la ecuación general de un plano que contiene a  $s$  y es paralelo a  $r$ .

**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea la función  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ cx + 1 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

- [2 puntos]** Determina  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que  $f$  es continua en el intervalo cerrado  $[0, 4]$ , derivable en el intervalo abierto  $(0, 4)$  y que  $f(0) = f(4)$ .
- [0'5 puntos]** ¿En qué punto del intervalo se anula la derivada de la función?

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]** Calcula

$$\int_0^1 x \ln(x+1) dx$$

( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

**Ejercicio 3.- [2'5 puntos]** Halla los valores del parámetro  $m$  que hacen compatible el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} -x + 2y - 2z &= 2 \\ 2x + y + z &= m \\ x + 3y - z &= m^2 \end{aligned} \right\}$$

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Sea la recta  $r$  definida por  $\begin{cases} x = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$

y sean los planos  $\pi_1$ , de ecuación  $x + y + z = 0$ , y  $\pi_2$ , de ecuación  $y + z = 0$ . Halla la recta contenida en el plano  $\pi_1$ , que es paralela al plano  $\pi_2$  y que corta a la recta  $r$ .

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**CRITERIOS GENERALES.** Los criterios esenciales de valoración de un ejercicio serán el planteamiento razonado y la ejecución técnica del mismo. La mera descripción del planteamiento sin la resolución efectiva no es suficiente para obtener una valoración completa del ejercicio. También se tendrá en cuenta lo siguiente:

- En los ejercicios en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
- Los estudiantes pueden utilizar calculadoras; no obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente razonados.
- Los errores cometidos en un apartado, por ejemplo en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los apartados posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten ser de una complejidad equivalente.
- Los errores no conceptuales en las operaciones se penalizarán con un máximo del 10% de la nota total del ejercicio.
- La presentación clara y ordenada del ejercicio se valorará positivamente.
- Si se realizan ejercicios de las dos opciones, sólo se evaluarán los ejercicios de la misma opción que el primero que aparezca físicamente en el papel de examen.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS PARA ESTE MODELO.** La evaluación se realizará según el desglose de las puntuaciones que se hace a continuación. Si algún apartado no se menciona específicamente, su puntuación es la que figura en el enunciado del ejercicio correspondiente.

Cuando se dice: “**x puntos por A**”, hay que interpretar que se deben conceder x puntos si lo que se dice en la frase A está hecho o estudiado correctamente, incluyendo, si así se pide en el enunciado, la justificación oportuna.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Hasta 1’5 puntos por la obtención del punto de inflexión.

**Ejercicio 2.- (a)** Lo indicado en el enunciado.

(b) Hasta 1 punto por expresar el área pedida en forma integral.

**Ejercicio 3.- (a)** Hasta 0’75 por el planteamiento.

(b) Hasta 0’75 por el planteamiento.

**Ejercicio 4.- (a)** Hasta 0’75 puntos por el planteamiento.

(b) Hasta 1 punto por el planteamiento.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- (a)** Hasta 0’5 puntos por la aplicación de cada una de las tres condiciones.

(b) Lo indicado en el enunciado.

**Ejercicio 2.-** Hasta 2 puntos por calcular una primitiva.

**Ejercicio 3.-** Hasta 1 punto por el planteamiento.

**Ejercicio 4.-** Hasta 1 punto por el planteamiento.