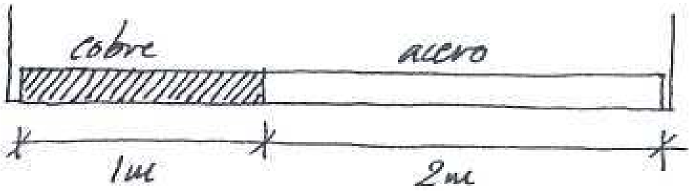
4.- A 15°C de temperatura, una barra de cobre y una de acero, de idéntica sección, tienen las longitudes respectivas que se señalan en la figura. Se sitúan entre dos paredes indeformables separadas 3,003 m. Calcula:



(1) a) La temperatura a la que las barras empiezan a presionar contra las paredes.

(1) b) Si se retirasen las paredes y se permitiese la dilatación libre de las piezas, la longitud total a 75°C.

$$\alpha_{cobre} = 17 \cdot 10^{-6}\ {}^{\circ}C^{-1}$$

$$\alpha_{acero} = 12 \cdot 10^{-6}\ {}^{\circ}C^{-1}$$

* Se reservan 0,25 puntos para premiar el orden y la presentación general del ejercicio.

MECÁNICA (2° BACH.) 2ª evaluación 14 febrero 2006

NOMBRE:

SECCIÓN:

1.- Un portero de fútbol, enfadado porque su equipo va perdiendo, como siempre, saca de portería para llegar al área contraria. Golpea con tanta furia el balón, que los comentaristas deportivos observan que la altura máxima que alcanza es igual a la del palco donde ellos están, a 25 m del suelo.

Con la suerte que tiene ese equipo, cuando el balón va ya bajando y se encuentra a 10 m de altura, choca contra un pájaro que pasaba por allí. Si la distancia horizontal entre el punto del saque y la posición del pájaro era de 55 m, calcula:

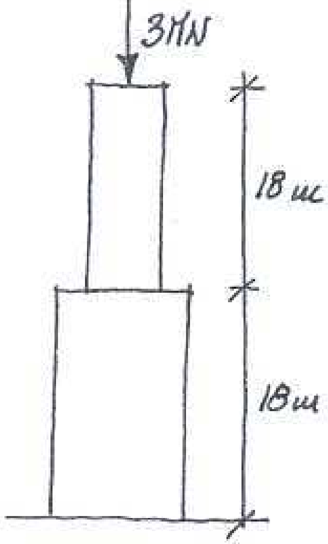
(1,25) a) La velocidad (vector y módulo) con que se sacó el balón y el ángulo con que lo impulsó el portero.

(1) b) El tiempo que transcurre desde el saque hasta que la pelota golpea al pobre pájaro.

2.- Un pilar de un gran puente tiene 36 m de altura total y su forma esquemática es la de la figura siguiente.
La densidad del material que lo compone es 2000 Kg/m³. La carga que recibe en su punto más alto es de 3 MN. Si la tensión máxima que admite el material es 200 N/cm² y el módulo de Young es $2,8 \cdot 10^6$ N/cm², calcula;

(1,25) a) La sección mínima de cada tramo del pilar si se trabaja con un coeficiente de mayoración de cargas igual a 1,10 y uno de minoración de resistencias de 1,15.

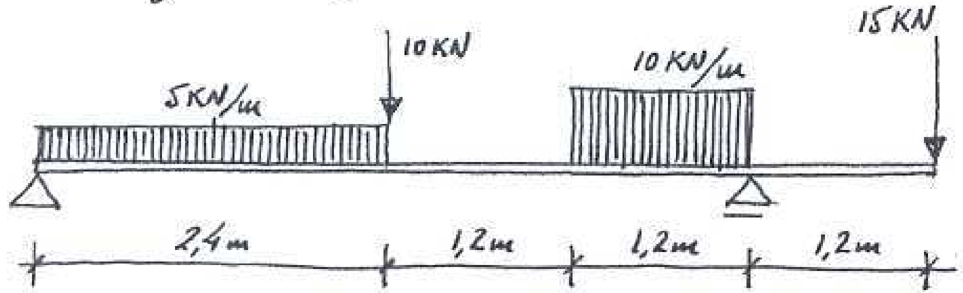
(1) b) El acortamiento del pilar por la acción conjunta de la carga de 3 MN y de su peso propio.



3.- En la viga de la figura, calcula;

(0,5) a) Las reacciones en los puntos de sustentación.

(2) b) Las expresiones de flectores y cortantes a lo largo de la viga.



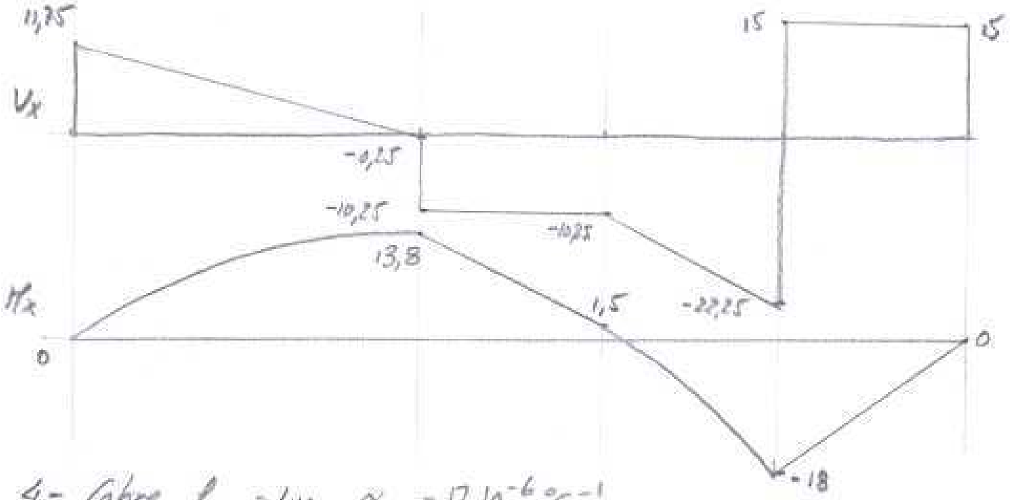
(0,75) c) Dibuja las gráficas respectivas.

$M_x = -5x^2 + 25,75x - 26,4$ $M_{3,6^+} = 1,5\ KNm$ $M_{4,8^-} = -18\ KNm$
$V_x = -10x + 25,75$ $V_{3,6^+} = -10,25\ KN$ $V_{4,8^-} = -22,25\ KN$

$\overline{BE}$ $(6 > x > 4,8)$

$M_x + 10,25x - 38,4 + 10 \cdot 1,2(x-4,2) - 37,25(x-4,8) = 0$
$M_x + 10,25x - 38,4 + 12x - 50,4 - 37,25x + 178,80 = 0$

$M_x = 15x - 90$ $M_{4,8^+} = -18\ KNm$ $M_6 = 0\ KNm$
$V_x = 15$ $V_{4,8} = 15\ KN$ $V_6 = 15\ KN$



4.- Cobre $l_{o_{cu}} = 1m$ $\alpha_{cu} = 17 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$ $T_0 = 15°C$
Acero $l_{o_a} = 2m$ $\alpha_a = 12 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$

a) Temperatura contacto paredes

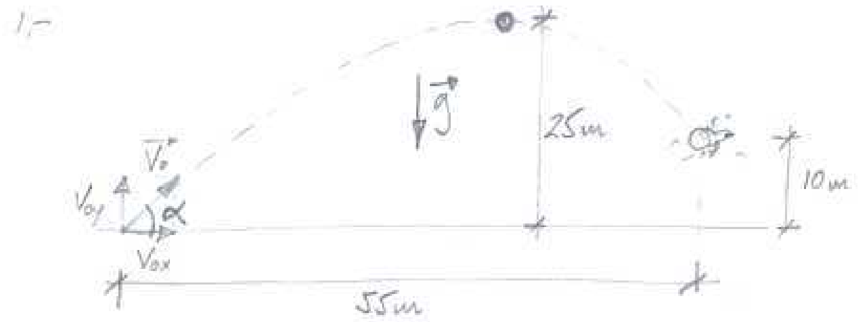
$\Delta L_{cu} + \Delta L_a = 0,003\ m$ $l_{o_{cu}} \alpha_{cu} \Delta T + l_{o_a} \alpha_a \Delta T = 0,003\ m$
$1 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T + 2 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T = 0,003\ m$
$\Delta T = 73,17°C \Longrightarrow T_{CONTACTO} = 88,17°C$

b) Longitud a 75°C $\Delta T' = 60°C$

$l_{cu}' = l_{o_{cu}} + \Delta l_{cu}' = 1 + 1 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot 60 = 1,0010\ m$
$l_a = l_{o_a} + \Delta l_a' = 2 + 2 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 60 = 2,0014\ m$ $l = 3,0025\ m$

MECÁNICA (2° BACH.) 2ª evaluación 14-II-06

1.-



* En el tramo de subida hasta altura máxima

$\vec{r_1} = \vec{r_0} + \vec{V_0} \cdot t_1 + \frac{1}{2}\vec{a}\, t_1^2 \rightarrow (r_{1x}, 25) = (0,0) + (V_{ox}, V_{oy})\, t_1 + (0,-10)\, t_1^2/2$
$\vec{V_1} = \vec{V_0} + \vec{a}\, t_1 \longrightarrow (V_{ox}, 0) = (V_{ox}, V_{oy}) + (0,-10)\, t_1$

Si obtengo las ecuaciones en el eje OY

$25 = 0 + V_{oy} t_1 - 5t_1^2 \rightarrow 25 = 10t_1^2 - 5t_1^2 \rightarrow t_1 = 2,236\ s$
$0 = V_{oy} - 10t_1 \longrightarrow V_{oy} = 10t_1$ $V_{oy} = 22,361\ m/s$

* En el recorrido hasta el pájaro

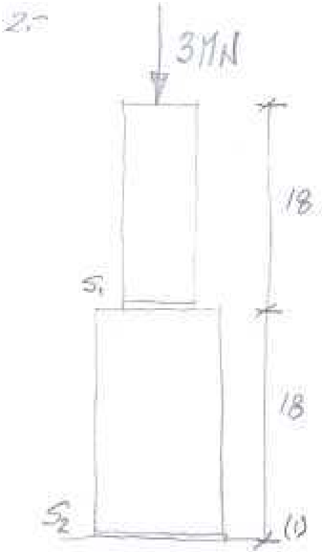
$\vec{r_2} = \vec{r_0} + \vec{V_0}\, t_2 + \frac{1}{2}\vec{a}\, t_2^2$
$(55,10) = (0,0) + (V_{ox}, 22,361)\, t_2 + (0,-10)\, t_2^2/2$

$55 = V_{ox} t_2$
$10 = 22,361 t_2 - 5t_2^2 \rightarrow t_2 = \dfrac{-22,361 \pm \sqrt{500-200}}{-10} =$ $t_2 = 0,504\ s$ está subiendo; $t_2 = 3,968\ s$
$V_{ox} = 55/3,968 = 13,86\ m/s$

$\vec{V_0} = (13,86\ ,\ 22,361) \longrightarrow V_0 = 26,308\ m/s$

$tg\,\alpha = 1,613 \Longrightarrow \alpha = 58,207°$

2.-



$\rho = 2000\ Kg/m^3 \quad \sigma = 200\ N/cm^2$

$E = 2{,}8.10^6\ N/cm^2 = 2{,}8.10^{10}\ N/m^2$

a) Secciones con $n_H = 1{,}10 \quad n_m = 1{,}15$

Las secciones que reciben máxima carga son las que están en la parte más baja de cada pilar

Carga sobre $S_1 \rightarrow F_1 = 3MN + P_1$

" " $S_2 \rightarrow F_2 = 3MN + P_1 + P_2$

$F_1 = 3.10^6 + 18.S_1 \rho g = 3.10^6 + 18.S_1.2000.10 =$

(1) $F_1 = 3.10^6 + 3{,}6.10^5 S_1$

$F_2 = 3.10^6 + 18(S_1 + S_2)\rho g = 3.10^6 + 18(S_1 + S_2).2000.10 =$

(2) $F_2 = 3.10^6 + 3{,}6.10^5(S_1 + S_2)$

Tensión de trabajo $\sigma_T = \dfrac{\sigma}{1{,}15} = \dfrac{200\ N/cm^2}{1{,}15} = 173{,}91\ N/cm^2 = 1{,}7391.10^6\ N/m^2$

Cálculo secciones con fuerzas mayoradas;

$\dfrac{F_1 . n_H}{S_1} = \sigma_T \quad (3.10^6 + 3{,}6.10^5 S_1)\,1{,}10 = 1{,}7391.10^6.S_1$

$\boxed{S_1 = 2{,}4569\ m^2}$

$\dfrac{F_2 . n_H}{S_2} = \sigma_T \quad (3.10^6 + 3{,}6.10^5(2{,}4569 + S_2))\,1{,}1 = 1{,}7391.10^6.S_2$

$\boxed{S_2 = 3{,}1813\ m^2}$

b) El acortamiento en el tramo más alto será el equivalente a tener en punta la carga

$F_1' = 3.10^6 + P_1/2 = 3.10^6 + \dfrac{18.2{,}4569.2000.10}{2} = 3{,}4423.10^6\ N$

El acortamiento en tramo bajo será por;

$F_2' = 3.10^6 + P_1 + P_2/2 = 3.10^6 + (18.2{,}4569.2000.10) + \dfrac{18.3{,}1813.2000.10}{2}$

$F_2' = 4{,}4571.10^6\ N$

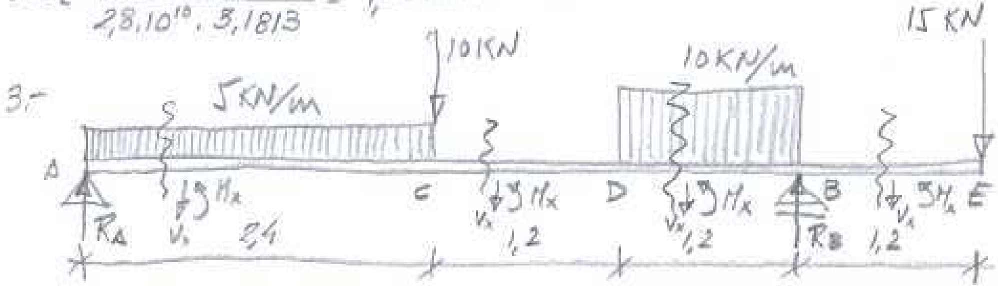
Acortamientos $\dfrac{F'}{S} = E\dfrac{\Delta l}{l_0} \quad \Delta l = \dfrac{F'.l_0}{E.S}$

$\Delta l_1 = \dfrac{3{,}4423.10^6.18}{2{,}8.10^{10}.2{,}4569} = 9{,}0066.10^{-4}\ m$

$\Delta l_2 = \dfrac{4{,}4571.10^6.18}{2{,}8.10^{10}.3{,}1813} = 9{,}0066.10^{-4}\ m$

$\boxed{\Delta l = 1{,}8013.10^{-3}\ m}$

3.-



Reacciones $\Sigma F = 0$

$R_A + R_B - 5.2{,}4 - 10 - 10.1{,}2 - 15 = 0 \quad R_A + R_B = 49$

$\Sigma M_A = 0$

$-5.2{,}4.1{,}2 - 10.2{,}4 - 10.1{,}2.4{,}2 - 15.6 + R_B.4{,}8 = 0 \quad \boxed{R_B = 37{,}25\ KN}$

$\boxed{R_A = 11{,}75\ KN}$

$\overline{AC}\ (2{,}4 > x > 0)$

$M_x + 5\dfrac{x^2}{2} - 11{,}75x = 0 \quad M_x = -2{,}5x^2 + 11{,}75x \quad M_0 = 0 \quad M_{2{,}4} = 13{,}8\ KNm$

$V_x = -5x + 11{,}75 \quad V_0 = 11{,}75\ KN \quad V_{2{,}4^-} = -0{,}25\ KN$

$\overline{CD}\ (3{,}6 > x > 2{,}4)$

$M_x + 5.2{,}4(x - 1{,}2) + 10(x - 2{,}4) - 11{,}75x = 0$

$M_x + 12x - 14{,}4 + 10x - 24 - 11{,}75x = 0$

$M_x = -10{,}25x + 38{,}4 \quad M_{2{,}4^+} = 13{,}8\ KNm \quad M_{3{,}6^-} = 1{,}5\ KNm$

$V_x = -10{,}25 \quad V_{2{,}4^+} = -10{,}25\ KN \quad V_{3{,}6^-} = -10{,}25\ KN$

$\overline{DB}\ (4{,}8 > x > 3{,}6)$

$M_x + 10{,}25x - 38{,}4 + 10\dfrac{(x - 3{,}6)^2}{2} = 0$

$M_x + 10{,}25x - 38{,}4 + 5x^2 - 36x + 64{,}8 = 0$